دير الزور / سلم تصحيح مقرر التكامل ـ سنة أولى رياضيات

السؤال الأول: (40 درجة)

$$* \quad I = \int \frac{x \arctan x}{\sqrt{x^2+1}}\, dx$$

2 $u = \arctan x \Rightarrow du = \dfrac{dx}{1+x^2}$

2 $dv = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow v = \sqrt{x^2+1}$

2 $I = (\arctan x)\sqrt{x^2+1} - \displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{1+x^2}\, dx$

2 $= (\arctan x)\sqrt{x^2+1} - \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$

2 $= (\arctan x)\sqrt{x^2+1} - \ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right| + C$

* $I = \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x-x^2}}$

نطبق أولر الثالث:

$\sqrt{x-x^2} = \sqrt{x(1-x)} = x^2t^2$ 5

$\Rightarrow 1-x = xt^2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{1+t^2}}$

$\boxed{dx = \frac{-2t}{(1+t^2)^2}\, dt}$ 5

$I = \int \frac{\frac{-2t\,dt}{(1+t^2)^2}}{\left(\frac{1}{1+t^2}+1\right)\frac{t}{t^2+1}}$ 5

$= -2\int \frac{dt}{(\sqrt{2})^2+t^2}$

$= -\frac{2}{\sqrt{2}}\, \text{arctg}\, \frac{t}{\sqrt{2}} + c$ 5

$= -\frac{2}{\sqrt{2}}\, \text{arctg}\, \frac{\sqrt{\frac{1-x}{x}}}{\sqrt{2}} + c$

$$\star \quad I = \int \frac{dx}{\sin x - tg\, x}$$

$$= \int \frac{dx}{\sin x - \frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$5 = \int \frac{\frac{2\,dt}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2} - \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}}}$$

$$= \int \frac{\frac{2\,dt}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2} - \frac{2t}{1-t^2}}$$

$$2 = -\frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t} \right) dt$$

$$= -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2t^2} - \ln|t| \right) + C$$

$$3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\,tg^2\frac{x}{2}} + \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| \right) + C$$

AnyScanner

السؤال الثاني: (١٥ درجات)

(1) $e^{x}dx = dt \Leftarrow e^{x} = t$

(1) $t = 1 \Leftarrow x = 0$

(1) $t = e \Leftarrow x = 1$

$$I = \int_1^e \frac{dt}{1+t^2} = [\operatorname{arctg} t]_1^e$$ (2) (2)

$$= \operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$$

(2)

السؤال الثالث: (25 درجات)

الإسقاط على ox:

(3) أصغر $x = 0$

(3) أكبر $x = a$

(3) منحني الدخول $y = -\sqrt{a^2 - ax}$

(3) منحني الخروج $y = +\sqrt{a^2 - ax}$

$$I = \iint_D \frac{dx\,dy}{\sqrt{ax - x^2}} = \int_0^a \int_{-\sqrt{a^2-ax}}^{+\sqrt{a^2-ax}} \frac{dx\,dy}{\sqrt{ax-x^2}}$$ (4)

$$= \int_0^a \frac{1}{\sqrt{ax - x^2}} [y]_{-\sqrt{a^2-ax}}^{+\sqrt{a^2-ax}} = 2\int_0^a \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} dx$$ (3)

$$= 2\sqrt{a} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{a}\,[2\sqrt{x}]_0^a$$ (3)

$$= 2\sqrt{a}\,[2\sqrt{a}] = 4a$$ (3)

السؤال الرابع :

(3)

منطقة التكامل الثلاثي : هي مجموعة جزئية من الفضاء ثلاثي البعد تحقق ما يلي : غير خالية ، محدودة ، مترابطة ، ويمكن أن تكون مغلقة أو مفتوحة

(2) $x = r\cos\theta\sin w$

(2) $y = r\sin\theta\sin w$

(2) $z = r\cos w$

(2) $J = r^2\sin w$

2 –

$$J = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos w \sin w \, dw \int_0^{a} r^3 \, dr$$

(3)

$$= \left[\theta\right]_0^{2\pi} \left[\frac{\sin^2 w}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^{a}$$

(3)

(3) $$= \left[2\pi\right]\left[\frac{1}{2}\right]\left[\frac{a^4}{4}\right] = \frac{\pi a^4}{4}$$

(3) $$J = \iiint_D z \, dx\,dy\,dz$$

وهي نصف كرة علوي (سفلي) (2)